

令和4年度

名古屋大学大学院情報学研究科  
複雑系科学専攻  
入学試験問題（専門）

令和3年8月5日

注意事項

1. 試験開始の合図があるまでは、この問題冊子を開いてはならない。
2. 試験終了まで退出できない。
3. 外国人留学生の志願者は、日本語と日本語以外の1言語間の辞書1冊に限り使用してよい。電子辞書の持ち込みは認めない。
4. 日本語または英語で解答すること。
5. 問題冊子、解答用紙3枚、草稿用紙3枚が配布されていることを確認すること。
6. 問題は数1、数2、物1、物2、物3、化1、化2、化3、化4、化5、生1、生2、生3、地1、地2、情1、情2、情3、工1、工2、工3の21問がある。このうち3科目を選択して解答すること。なお、選択した科目名を解答用紙の指定欄に記入すること。
7. 全ての解答用紙の所定の欄に受験番号を必ず記入すること。解答用紙に受験者の氏名を記入してはならない。
8. 解答用紙に書ききれない場合は、裏面を使用してもよい。ただし、裏面を使用した場合は、その旨、解答用紙表面右下に明記すること。
9. 解答用紙は試験終了後に3枚とも提出すること。
10. 問題冊子、草稿用紙は試験終了後に持ち帰ること。

# 数 1

以下の各問に答えよ。ただし、 $i$ は虚数単位とする。

[1]  $\omega = (-1 + \sqrt{3}i)/2$  とするとき、以下の行列のべき乗  $A^2, A^3, A^4$  を求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega \end{pmatrix}$$

[2] 平面上の座標系  $(x, y)$  と  $(x', y')$  の変換  $\vec{x} = A\vec{x}' + \vec{x}_0$  を考える。ただし、

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

とする。このとき、 $(x, y)$  平面上の直線  $x + y + 1 = 0$  の、 $(x', y')$  平面上での式を求めよ。

[3]  $A$  を直交行列とする。

- 1) 任意の実ベクトル  $\vec{a}, \vec{b}$  に対して、 $A$  による直交変換が内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  を不変に保つこと、すなわち  $(A\vec{a}) \cdot (A\vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{b}$  であることを示せ。
- 2)  $A$  の固有値の絶対値が 1 であることを示せ。
- 3) 以下  $A$  は  $2 \times 2$  行列とする。 $A$  の列ベクトル表示を  $A = (\vec{a}_1, \vec{a}_2)$  とすると、 $\vec{a}_1$  および  $\vec{a}_2$  のユークリッドノルムが 1 になること、および  $\vec{a}_1$  と  $\vec{a}_2$  が直交することを示せ。
- 4) 3) の結果から  $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}$  ( $0 \leq \theta < 2\pi$ ) と書けることを用いて、 $\det A = 1$  の場合に  $\vec{a}_2$  を求めよ。
- 5)  $\det A = -1$  の場合には、 $A$  が

$$A = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix}$$

と表される。このとき、任意の 2次元実ベクトル  $\vec{v}$  に対して、 $A\vec{v}$  は原点を通るある直線を対称軸として線対称の関係になる。その直線の式を示せ。

## 数2

以下の各問に答えよ。

[1] 時間  $t$  の実関数  $x(t)$  に対して、

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{1}{2x^2} \quad (1)$$

が成り立つとき、次の問に答えよ。

- 1) 式 (1) の両辺に  $2dx/dt$  を掛けた式から  $(dx/dt)^2$  を与える式を求めよ。
- 2)  $a$  を正定数として、初期条件が  $x(0) = a$  および  $(dx/dt)(0) = -1/\sqrt{a}$  のように与えられたときの  $dx/dt$  を与える式を求めよ。
- 3) 2) の初期条件の下で、 $x$  が  $a/2$  となるまでの時間を求めよ。

[2] 関数  $f(x)$  は連続として、関数  $g(x)$  を

$$g(x) = \int_0^x f(t)(x-t)^n dt$$

とおく。このとき、次の問に答えよ。

- 1)  $f(x)$  の原始関数を  $f_1(x)$  とする。  $g(x)$  を  $f_1(x)$  を使って表せ。
- 2)  $g(x)$  の  $n+1$  階の導関数を  $f(x)$  のみで表せることを示せ。

[3]  $t$  を時間変数として、次の問に答えよ。

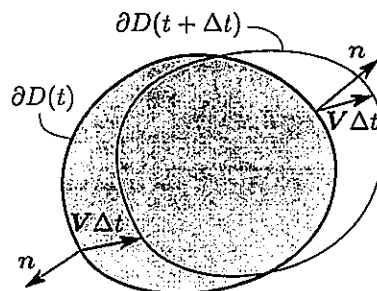
- 1) 関数  $h(t)$  の導関数  $h'(t)$  と  $f(x)$  は連続とする。次が成り立つことを示せ。

$$\frac{d}{dt} \int_0^{h(t)} f(x) dx = h'(t) f(h(t))$$

- 2)  $D(t)$  は時間とともに変動する2次元有界領域とする(下図の網掛け領域)。  $D(t)$  の変動速度を表すベクトル場を  $D'(t) = V$  とする。  $D(t)$  の境界  $\partial D(t)$  は滑らかで、その外向き法線を  $n$  とする。一方、  $f(x)$  は2次元空間上で定義された任意の有界連続な関数で、  $D(t)$  の変動による影響を受けないものとする。このとき、次の空欄に入る式を示せ。

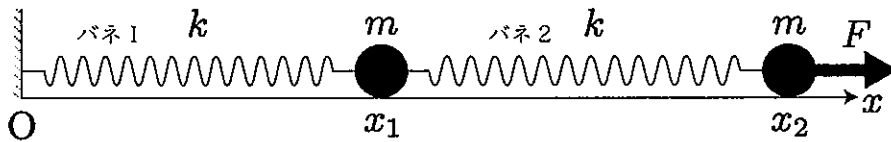
$$\frac{d}{dt} \int_{D(t)} f(x) dS = \int_{\partial D(t)} \boxed{\phantom{f(x) V \cdot n}} ds$$

ただし、  $dS$  と  $ds$  はそれぞれ微小面積と微小長さを表す。



# 物 1

質量  $m$  の二つの質点1, 質点2が, フックの法則に従う質量の無視できるバネ1, バネ2に図のように連結され, 滑らかな水平面上を直線運動している。バネ1, バネ2のバネ定数はともに  $k$ , 二つのバネの自然長はともに  $l$  とする。バネ1の左端は床と垂直な壁につながれている。また, 質点2には運動と平行な向きに一定の力  $F$  がはたらいっている。壁から右方向を  $x$  軸の正の向きとし, 壁の位置を  $x$  軸上の原点  $O$  とする。以下の問に答えよ。



- [1] 質点1, 質点2の位置を, それぞれ  $x_1, x_2$  とし, 系のポテンシャルエネルギー  $U(x_1, x_2)$  を求めよ。なお, 力  $F$  によるポテンシャルエネルギーの基準は原点であるとする。
- [2]  $\dot{x}_i = \frac{dx_i}{dt}$  ( $i = 1, 2$ ) とし, 系の運動エネルギー  $T(\dot{x}_1, \dot{x}_2)$  を求めよ。
- [3] この系のラグランジアン  $L(x_1, x_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2)$  を求めよ。
- [4] オイラー・ラグランジュ方程式を利用して, 質点1, 質点2の運動方程式を求めよ。
- [5]  $F = 0$  とし, 二つの質点が振動しているとき, 固有角振動数をすべて求めよ。  
ただし,  $\omega_0 \equiv \sqrt{\frac{k}{m}}$  として,  $\omega_0$  を用いて表せ。

次に別の状況について考えよう。 $F$  の大きさを少しずつ変えて, 二つのバネが自然長の状態から, 力の釣り合いを保ちながら, ゆっくりと質点2を右向きに移動させていったところ,  $x_2 = 3l$  のときに, バネ1の左端が壁から離れた。バネ1が壁から離れる瞬間の時刻を  $t = 0$  とする。バネ1が壁から離れる直前に質点2にはたらいっていた力を  $F_0$  とし, バネ1が壁から離れた後も質点2には  $F_0$  と同じ力がはたらき続けるとする。また, バネ1は壁から離れた後, 二つの質点の運動に影響を及ぼさないとする。以下の問に答えよ。

- [6]  $t = 0$  での  $x_1$  を求めよ。
- [7]  $F_0$  を求めよ。
- [8]  $t \geq 0$  で,  $x_2$  を  $t$  の関数として表せ。
- [9]  $0 \leq t \ll \sqrt{\frac{m}{2k}}$  のとき, 質点2はどのような振る舞いをするか説明せよ。必要ならば,  $|\theta| \ll 1$  のとき,  $\cos \theta \simeq 1 - \frac{\theta^2}{2}$  と近似されることを用いてよい。

## 物 2

以下の各問に答えよ。ただし、 $\epsilon_0$  は真空の誘電率とする。

- [1]  $z$  軸と一致する無限に長い針金を、線密度  $\lambda$  の電荷で一様に帯電させたとき、そのまわりの空間にできる電場を求めよう。針金の太さを無視すると、その上の電荷密度は  $\rho(\vec{r}') = \lambda\delta(x')\delta(y')$  と表される。ここで  $\delta(x')$  はディラックのデルタ関数である。任意の点  $\vec{r} = (x, y, z)$  における電場の  $x$  成分は

$$\begin{aligned} E_x(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} d^3r' \frac{\rho(\vec{r}') (x - x')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3} \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} d^3r' \frac{\delta(x')\delta(y') (x - x')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3} \\ &= \frac{\lambda x}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} dz' \frac{1}{[x^2 + y^2 + (z - z')^2]^{3/2}} \end{aligned}$$

となる。

- 1) 上の式と同様に、電場の  $y$  成分と  $z$  成分を  $z'$  の積分で表せ。
  - 2) 積分を実行することにより、 $x$  軸上の点  $\vec{r} = (R, 0, 0)$  における電場の  $x, y, z$  成分をそれぞれ簡潔な形で表せ。さらに、針金のまわりの電場ベクトルを図示せよ。
- [2] 閉曲面  $S$  によって囲まれる領域  $V$  の内部に、電荷密度  $\rho(\vec{r})$  で電荷が連続的に分布しているとき、閉曲面  $S$  上にとった微小面  $dS$  と、それに立てた単位法線ベクトル  $\vec{n}(\vec{r})$ 、および微小面  $dS$  上の電場  $\vec{E}(\vec{r})$  について、ガウスの法則

$$\int_S \vec{E}(\vec{r}) \cdot \vec{n}(\vec{r}) dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho(\vec{r}) dV$$

が成り立つ。ただし、左辺の積分は閉曲面  $S$  全体の面積分、右辺の積分は領域  $V$  全体の体積積分である。

- 1) ガウスの法則を用いて、[1] と同じく、 $z$  軸と一致する無限に長い針金を、線密度  $\lambda$  の電荷で一様に帯電させたとき、針金からの距離  $R$  の点にできる電場の強さ  $E(R)$  を求めよ。図 1 の円筒領域を  $V$  とせよ。
- 2) 電場  $E(R)$  を与える静電ポテンシャル  $\phi(R)$  を求めよ。ただし、針金からの距離  $\tilde{R} (\neq 0, \text{定数})$  の点で  $\phi(\tilde{R}) = 0$  とする。

(問題は次のページに続く)

[3] 図2のように,  $xy$ 平面上に距離  $s$  をへだてて  $\pm q$  の1対の点電荷があるとする。  
2つの電荷の中間点を原点とする。

- 1)  $+q$  の電荷から  $r_1$ ,  $-q$  の電荷から  $r_2$  の距離にある点  $P$  における静電ポテンシャルを  $q, r_1, r_2$  などを用いて書け。ただし,  $\vec{r}$  は点  $P$  の位置ベクトルであり, その長さを  $r$  とする。
- 2)  $-q$  の電荷から  $+q$  の電荷へのベクトルを  $\vec{s}$  とし,  $\vec{r}$  と  $\vec{s}$  のなす角を  $\theta$  とするとき,  $\phi(\vec{r})$  を,  $r, s, \theta$  などを用いて表せ。
- 3) 2つの電荷から十分遠方 ( $r \gg s$ ) にある点  $P$  における静電ポテンシャルが

$$\phi(\vec{r}) = \frac{qs \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (1)$$

となることを示せ。

- 4)  $\phi(\vec{r}) = u$  (定数) としたときの (1) 式は等電位線の方程式である。  $qs = 4\pi\epsilon_0 u$  のとき,  $xy$  平面上に,  $u = \pm 1, \pm 1/4, \pm 1/9$  の6つの等電位線の概形を図示せよ。それぞれが  $(x, y) = (\pm 1, 0), (\pm 2, 0), (\pm 3, 0)$  を通る閉曲線であることを用いてよい。さらに, 等電位線と直交する電気力線の概形も重ねて点線で図示せよ。等電位線の方程式を求めなくてよい。

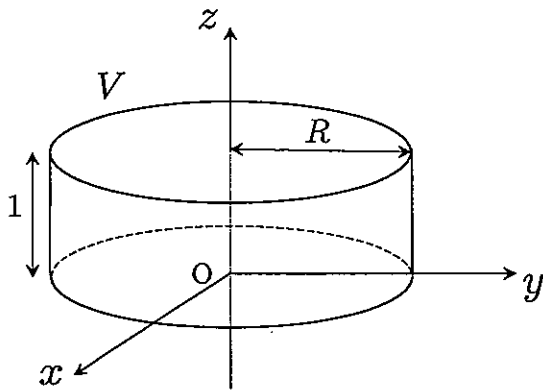


図1

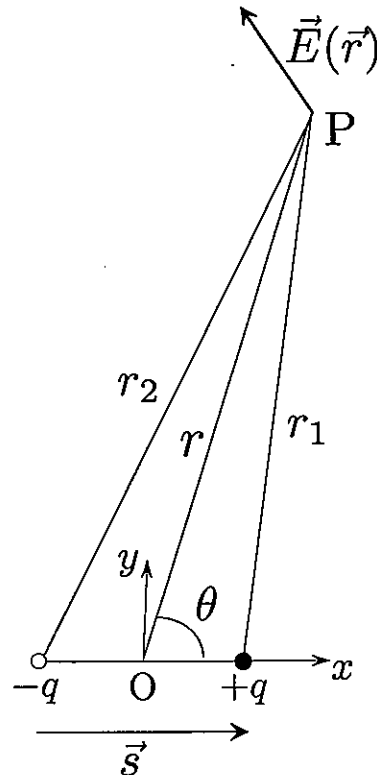


図2

(物2の問題はここで終わり)

### 物3

- [1] 任意の演算子  $\hat{X}$  のエルミート共役を  $\hat{X}^\dagger$  と書く。 $\hat{Q}, \hat{P}$  は  $\hat{Q}^\dagger = \hat{Q}, \hat{P}^\dagger = \hat{P}$ ,  $[\hat{Q}, \hat{P}] = \hat{Q}\hat{P} - \hat{P}\hat{Q} = i\hbar\hat{1}$  を満たす演算子とする。 $i = \sqrt{-1}$ ,  $\hbar$  はプランク定数で  $\hbar = h/(2\pi)$  であり,  $\hat{1}$  は恒等演算子である。 $m, \omega$  は正の実数とする。ハミルトニアン  $\hat{H}$  を

$$\hat{H} = \frac{1}{2m}\hat{P}^2 + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{Q}^2$$

と定め,

$$\hat{A} = \frac{1}{\sqrt{2m\hbar\omega}}(m\omega\hat{Q} + i\hat{P}), \quad \hat{A}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2m\hbar\omega}}(m\omega\hat{Q} - i\hat{P})$$

とおく。以下の問に答えよ。

- 1)  $[\hat{A}, \hat{A}^\dagger] = \hat{1}$  を示せ。
- 2)  $\hat{H} = \hbar\omega(\hat{A}^\dagger\hat{A} + \frac{1}{2}\hat{1})$  であることを示せ。
- 3) 状態ベクトル  $|\phi_0\rangle$  を  $\hat{A}|\phi_0\rangle = 0$  および  $\langle\phi_0|\phi_0\rangle = 1$  を満たすものとし,

$$|\phi_n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}}(\hat{A}^\dagger)^n|\phi_0\rangle \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

とおくと, 以下の (i), (ii), (iii) が成り立つことを示せ。ただし,  $m = n$  のとき  $\delta_{mn} = 1$ ,  $m \neq n$  のとき  $\delta_{mn} = 0$  である。

$$(i) \hat{A}^\dagger|\phi_n\rangle = \sqrt{n+1}|\phi_{n+1}\rangle \quad (ii) \hat{A}|\phi_n\rangle = \sqrt{n}|\phi_{n-1}\rangle \quad (iii) \langle\phi_m|\phi_n\rangle = \delta_{mn}$$

- 4) 任意の複素数  $\lambda$  に対して  $\hat{A}|\psi_\lambda\rangle = \lambda|\psi_\lambda\rangle$  および  $\langle\psi_\lambda|\psi_\lambda\rangle = 1$  を満たす  $|\psi_\lambda\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} c_n|\phi_n\rangle$  にあてはまる複素数  $c_n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) をすべて求めよ。

(問題は次のページに続く)

[2]  $\hat{Q}, \hat{P}$  は前問 [1] で定義された演算子であり,  $\hat{H}$  は [1] で定義されたのと同じハミルトニアンとする。  $T (\geq 0)$  は絶対温度で,  $k_B$  はボルツマン定数とし,  $\beta = 1/(k_B T)$  とおく。系は絶対温度  $T$  の熱平衡状態にあるとする。以下の問に答えよ。

1) 関数

$$Z(\beta) = \text{Tr}(e^{-\beta\hat{H}}) = \sum_{n=0}^{\infty} \langle \phi_n | e^{-\beta\hat{H}} | \phi_n \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta\hbar\omega(n+\frac{1}{2})}$$

を求めよ。

2) エネルギーの期待値

$$E = \frac{\text{Tr}(\hat{H} e^{-\beta\hat{H}})}{\text{Tr}(e^{-\beta\hat{H}})} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \hbar\omega(n+\frac{1}{2}) e^{-\beta\hbar\omega(n+\frac{1}{2})}}{Z(\beta)}$$

を求めよ。

3) 比熱

$$C = \frac{\partial E}{\partial T}$$

を求めよ。

4)  $T \rightarrow 0$  の極限での  $C$  の値を求めよ。

5)  $T \rightarrow \infty$  の極限での  $C$  の値を求めよ。

6) 関数  $C(T)$  のグラフの概形を描け。

(物 3 の問題はここで終わり)



# 化 1

次の文章を読み、以下の問[1]から[7]に答えよ。

図1に超原子価化合物 $XL_5$ の構造を示す。例えば、五塩化リンは $X=P$ ,  $L=Cl$ である。このような化合物のエクアトリアル(eq)面内の化学結合は、 $X$ のs軌道とp軌道の混成を用いて説明できるが、アキシアル(ax)方向の化学結合の説明は困難であった。そのため、遷移金属原子を含む化合物の場合と同じように、d原子軌道を含む混成によって説明がなされた。しかし、量子化学計算の結果、このような結合にはd軌道はそれほど関与していないことが明らかにされた。以下、d軌道を使わない場合に、2つの $X-L_{ax}$ 結合がどのように表されるかを考えてみよう。

例として、 $X=P$ ,  $L=H$ である $PH_5$ をとりあげ、ヒュッケル近似を用いてアキシアル方向の $H-P-H$ 結合に沿って広がる $\sigma$ 型の分子軌道(式(1)の $\phi_i$ ,  $i$ は分子軌道の番号)を求める。

$$\phi_i = c_{1sA,i} \chi_{1sA} + c_{3pz,i} \chi_{3pz} + c_{1sB,i} \chi_{1sB} \quad (1)$$

ここで $\chi_{1sA}$ と $\chi_{1sB}$ は、図2に示すように、それぞれ $H^A$ と $H^B$ の1s原子軌道であり、 $\chi_{3pz}$ はP原子の $3p_z$ 原子軌道である。ヒュッケル近似に従い、異なった原子軌道間の重なり積分および $\chi_{1sA}$ と $\chi_{1sB}$ の間の共鳴積分は0と仮定するが、それ以外のクーロン積分と共鳴積分は式(2)~(5)のとおりであるとする。ただし、 $h$ はハミルトニアンで、 $\alpha, \beta < 0$ である。

$$\int \chi_{1sA} h \chi_{1sA} d\tau = \int \chi_{1sB} h \chi_{1sB} d\tau = \alpha \quad (2)$$

$$\int \chi_{3pz} h \chi_{3pz} d\tau = \alpha - \beta \quad (3)$$

$$\int \chi_{1sA} h \chi_{3pz} d\tau = \beta \quad (4)$$

$$\int \chi_{1sB} h \chi_{3pz} d\tau = -\beta \quad (5)$$

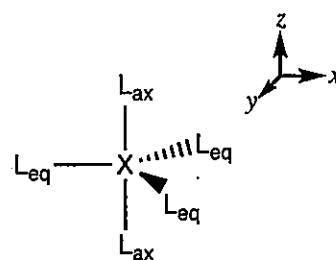


図1 超原子価化合物 $XL_5$

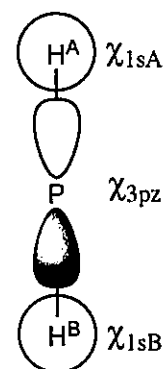


図2 アキシアル位のH原子の1s原子軌道( $\chi_{1sA}$ と $\chi_{1sB}$ )とP原子の $3p_z$ 原子軌道( $\chi_{3pz}$ )

- [1] 式(2)と式(3)のクーロン積分の違いが表していることを説明せよ。
- [2] 式(4)と式(5)の共鳴積分の符号が逆転している理由を説明せよ。
- [3] ヒュッケル法には、変分法を用いて導かれる永年行列式を簡単に書き下す規則がある。その規則に従い、式(1)の分子軌道を求めるための永年行列式を書き下せ。
- [4] ヒュッケル法を用いて式(1)の分子軌道とそのエネルギーを求めた結果を表1に示す。[3]の永年行列式を用いて表1の分子軌道と軌道エネルギーを導出する過程を記せ。
- [5] 表1の分子軌道  $\phi_1 \sim \phi_3$  を、図2の原子軌道の線形結合であることが明らかのように、係数の符号に注意しつつ図示せよ。
- [6] 表1の分子軌道を用いて、2つのアキシアル結合の計4個の電子によるPとH<sup>A</sup>の電子密度とP-H<sup>A</sup>結合の結合次数を計算するとともに、計算結果に基づいてこのアキシアル結合の特徴について述べよ。
- [7] d軌道を含むPの混成軌道を用いた場合、PH<sub>5</sub>のアキシアル結合はどのようにしてできていると考えられるかを説明せよ。

表1 H<sup>A</sup>-P-H<sup>B</sup>の分子軌道と軌道エネルギー

分子軌道	軌道エネルギー
$\phi_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}\chi_{1sA} + \frac{1}{\sqrt{3}}\chi_{3pz} - \frac{1}{\sqrt{3}}\chi_{1sB}$	$\alpha + \beta$
$\phi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\chi_{1sA} + \frac{1}{\sqrt{2}}\chi_{1sB}$	$\alpha$
$\phi_3 = \frac{1}{\sqrt{6}}\chi_{1sA} - \frac{2}{\sqrt{6}}\chi_{3pz} - \frac{1}{\sqrt{6}}\chi_{1sB}$	$\alpha - 2\beta$

## 化2

次の文章を読んで、以下の問[1]から[6]に答えよ。

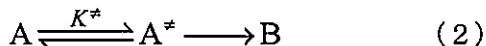
「化学反応過程では、反応物が生成物に連続的に変化していく途中に“ア 錯合体”とよばれる中間状態（遷移状態）を経由する。」この仮説に基づいた化学反応の理論的取り扱いを“遷移状態理論”という。その標準的な取り扱いでは、次の二つの条件を仮定する。

- (I) 反応物とア 錯合体との間に、平衡が成り立っている。
- (II) ア 錯合体は、一定の比速度(単位時間当たりの割合)  $c^\ddagger$  で生成物に変化していく。

例えば、反応物Aが生成物Bに変化する化学反応



は、より詳細には



と表され、その①ポテンシャルエネルギー曲線は図1で与えられる。ここで、 $A^\ddagger$ はア 錯合体、 $K^\ddagger$ はAと $A^\ddagger$ との間のイ 定数

$$K^\ddagger = \text{あ} = \frac{f_A^\ddagger}{f_A} \exp\left\{-\frac{E_0}{k_B T}\right\} \quad (3)$$

を表す。また、 $[A^\ddagger]$ と $[A]$ は、 $A^\ddagger$ とAの濃度、 $f_A^\ddagger$ と $f_A$ は、 $A^\ddagger$ とAの単位体積当たりのウ 関数で、それぞれの最低エネルギー準位を基準にとつ

て表した。 $E_0$ は② $A^\ddagger$ とAとのエネルギー差、 $k_B$ はボルツマン定数、 $T$ は絶対温度を表す。

こうして、 $[A]$ に関する反応速度式は、条件(I)と(II)、そして(3)式を用いると、

$$-\frac{d[A]}{dt} = k[A] \stackrel{\text{条件(II)}}{=} \frac{[A^\ddagger]}{2} \cdot c^\ddagger \stackrel{\text{条件(I)}}{=} \frac{c^\ddagger}{2} K^\ddagger [A] \stackrel{(3)\text{式}}{=} \frac{c^\ddagger}{2} \frac{f_A^\ddagger}{f_A} \exp\left\{-\frac{E_0}{k_B T}\right\} [A] \quad (4)$$

と表現できるので、反応速度定数  $k$  は、(4)式の辺々を比較して、

$$k = \frac{c^\ddagger}{2} \frac{f_A^\ddagger}{f_A} \exp\left\{-\frac{E_0}{k_B T}\right\} = \frac{k_B T}{h} \frac{f_A^{\ddagger'}}{f_A} \exp\left\{-\frac{E_0}{k_B T}\right\} \quad (5)$$

と表すことができる。(5)式で  $f_A^{\ddagger'}$  は、 $f_A^\ddagger$  から③反応座標方向の並進運動自由度のウ 関数

$$f_{\text{並進}} = (2\pi\mu_s k_B T)^{1/2} \delta / h \quad (6)$$

を抜き出した、 $A^\ddagger$ の残りの自由度のウ 関数を表している。ここで、 $\mu_s$ は反応座標に沿った運動に関する有効質量、 $\delta$  [Å]は遷移状態の領域の長さ、 $h$ はプランク定数である。また、比速度  $c^\ddagger$  [/sec]を「 $A^\ddagger$ が長さ  $\delta$  の領域を平均速度  $v^\ddagger$  [Å/sec]で生成物へ変化していく」と仮定して、

$$c^\ddagger = v^\ddagger / \text{い} = (2k_B T / \pi\mu_s)^{1/2} / \text{い} \quad (7)$$

で見積っている。

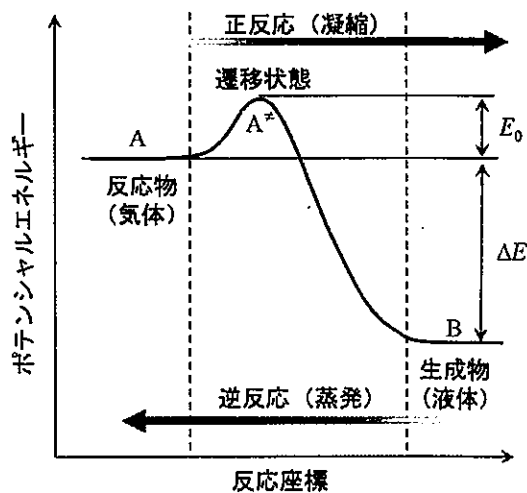


図1 化学反応のポテンシャルエネルギー

さて、気液界面での凝縮蒸発過程を一種の化学反応とみなし、遷移状態理論に基づいて、凝縮蒸発速度を化学反応速度として求める研究例がある（例えば、G.Nagayama, et al. *J. Chem. Phys.*, 118, 1392 (2003)）。いま平衡状態にある温度  $T$  の気液界面での凝縮過程を図1を用いて考える。このとき、Aを気体分子、Bを液体分子、 $A^\ddagger$ を気液界面領域で遷移状態にある ア 錯合体分子とみなすと、凝縮過程を(2)式で表すことができる。図1のように、遷移状態において十分なエネルギーをもつ分子は、気液界面において、ア 錯合体を形成している。遷移状態理論では、そのうち反応座標に沿って液体側へ向かう速度をもつすべての分子が液体分子になる。一方、気体側へ向かう速度をもつすべての分子や、ア 錯合体を形成できなかった分子は、エネルギー障壁を超えて液体側に向かうことができず、気体分子となる。

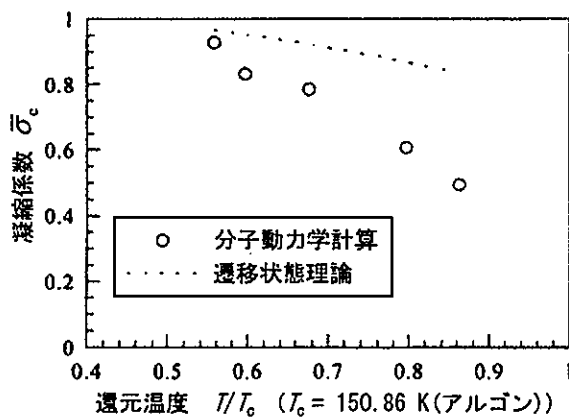


図2 アルゴンの凝縮係数の温度依存性

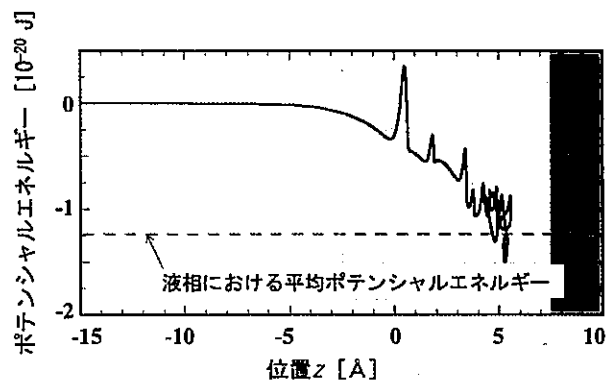


図3 アルゴン系(84K)の凝縮過程における典型的なポテンシャルエネルギー変化(分子動力学計算)

気液界面における凝縮過程に伴う熱エネルギー伝達・物質輸送の知見は自然環境を持続的に維持していく上で非常に重要である。そのための基本パラメータのひとつである、 $\sigma_c$ 凝縮係数は、気液界面に入射する気体分子数(の流れ  $j_{in}$ )に対する液体分子になる分子数(の流れ  $j_c$ )の割合として、

$$\bar{\sigma}_c = \frac{j_c}{j_{in}} \quad (8)$$

と定義される。上で議論したように、凝縮過程を遷移状態理論で取り扱うと、それぞれの流れは、

$$j_c = \bar{v} \cdot [A^\ddagger] = \bar{v} \cdot [A] \cdot \frac{f_A^\ddagger}{f_A} \exp\left\{-\frac{E_0}{k_B T}\right\} \quad (9)$$

$$j_{in} = \bar{v} \cdot [A] \quad (10)$$

と表すことができる。ここで、 $\bar{v}$  [ $\text{\AA}/\text{sec}$ ]は、温度  $T$  のときの入射気体分子の平均速度を表す。こうして、最終的に、

$$\bar{\sigma}_c = \left[ \bar{u} \right] = K^\ddagger \approx 1 - E_0 / (k_B T) \quad (\text{高温極限}) \quad (11)$$

となることが分かる(図2)。

今日、凝縮過程における分子の振る舞いを、分子動力学計算を用いて調べることが可能になり、理論と実験に加えて、計算で得られた微視的なビッグデータを用いた研究が活発に行われている(図2, 3)。

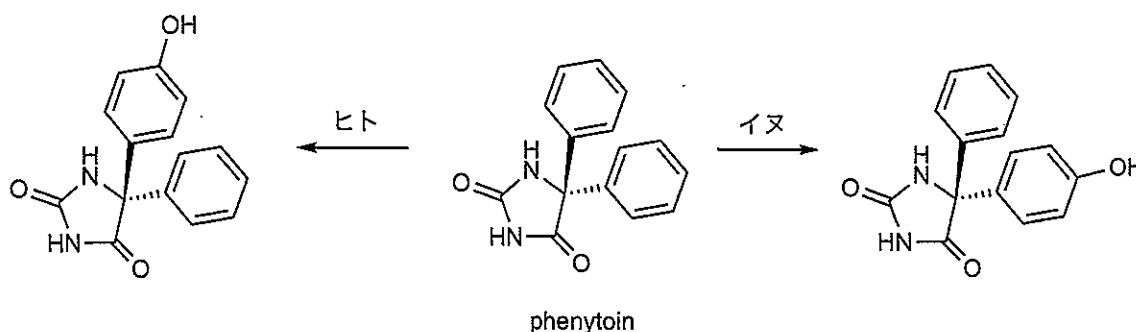
- [1]  から  に適当な語句を入れよ。
- [2]  から  に適当な数式を入れよ。
- [3] 下線①のポテンシャルエネルギー曲線とは、何を計算したものかを説明せよ。ただし「原子核間距離」, 「分子のエネルギー」, 「原子核の運動エネルギー」などの語句を用いよ。
- [4] 下線②のエネルギー差を何と呼ぶか。
- [5] 図1の横軸である下線③の反応座標の意味を, 「分子構造」, 「一次元座標」, 「反応の経路」などの語句を使って説明せよ。
- [6] 下線④の凝縮係数を, アルゴン系に対して見積もったところ(図2), 遷移状態理論と分子動力学計算で得られたそれぞれの値が定性的に一致することが分かった。どちらの凝縮係数も, 温度を上昇させると“減少”する。(11)式に基づいて, その理由を述べよ。ただし,  $E_0$ などは絶対温度に依存して, 表のように変化する。

表  $E_0$  の絶対温度依存性

$T$ (K)	84	90	102	120	130
$E_0/k_B$ (K)	1.85	5.58	8.98	14.40	25.00
$E_0/(k_B T)$	0.02	0.06	0.09	0.12	0.19

## 化3

[1] 抗けいれん薬のフェニトイン (phenytoin) は下の構造を持つ。この薬は種によって著しく代謝が異なり, ヒトとイヌでは酸化される位置が異なる。これについて次の間に答えなさい。



- 1) ヒト代謝物の絶対立体配置をカーン・インゴルド・プレローグ順位則 (CIP 順位則) に従って答えなさい。
- 2) イヌ代謝物の絶対立体配置を CIP 順位則に従って答えなさい。
- 3) ヒト代謝物とイヌ代謝物の立体化学の関係をなんというか。
- 4) この例のように, 化合物自体はアキラルであるが, 反応が起きることにより一段階で不斉が生じる時にそのような化合物 (現象) を有機化学的にはなんと呼ぶか。
- 5) 問4) の概念に基づき, ヒトで酸化がおきるフェニトインのフェニル基はなんと呼ぶか。

[2] 油脂について以下の間に答えなさい。

- 1) 主な脂肪酸の融点を下表に示した。これからわかることとその理由を記述しなさい。

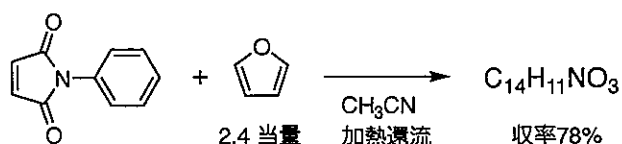
脂肪酸	IUPAC 名	融点 (°C)
ラウリン酸	dodecanoic acid	44
ミリスチン酸	tetradecanoic acid	58
パルミチン酸	hexadecanoic acid	63
ステアリン酸	octadecanoic acid	71
パルミトレイン酸	(9Z)-hexadec-9-enoic acid	-1
オレイン酸	(9Z)-octadec-9-enoic acid	13
リノール酸	(9Z,12Z)-octadeca-9,12-dienoic acid	-5

- 2) ダイズ油の主成分はトリアシルグリセロールで、脂肪酸比はパルミチン酸 10%, オレイン酸 30%, リノール酸 50%である。ダイズ油を構成する油脂のうち代表的な化学構造式をひとつ選んで書きなさい。
- 3) 問 2) の構造式には不斉炭素があるかどうか答えなさい。さらに、不斉炭素が存在する場合は、その炭素に\*を書き加えて絶対立体配置を記載しなさい。
- 4) 油脂のケン化とはエステルを塩基性条件で加水分解することをいう。あなたが書いた問 2) の構造式を用いて 2 位のエステルを水酸化ナトリウム水溶液でケン化を行った際の反応機構を、1 ステップずつ詳細に書きなさい。ただし、脂肪酸の側鎖は R で示してよろしい。

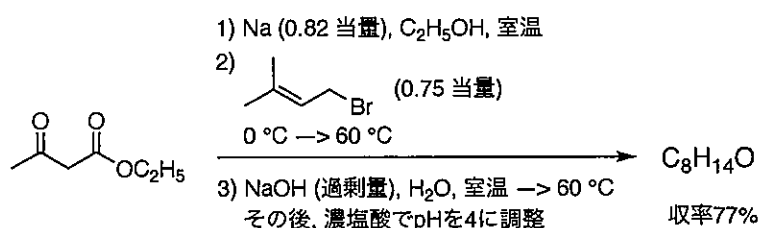
## 化4

[1] 以下に記載の反応式から 3 つの式を選択し、主生成物とそれを与える反応機構について説明しなさい。反応機構を解答する際には、電子の流れを示す矢印を用いること。なお、3) と 4) では主生成物の  $^1\text{H NMR}$  スペクトル (ただし、s は一重線、d は二重線、t は三重線、m は多重線を表す) も参考にする事。

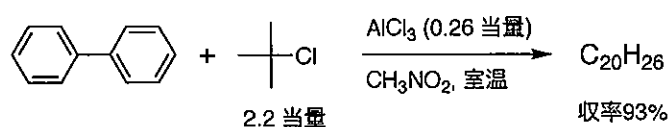
1)



2)



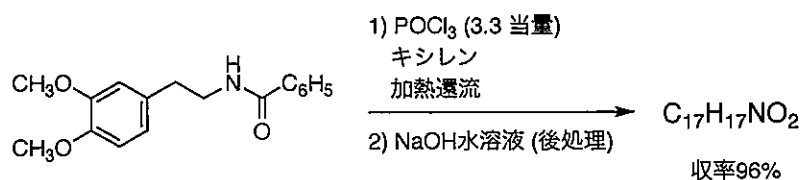
3)



主生成物の  $^1\text{H NMR}$  (400 MHz,  $\text{CDCl}_3$ ) スペクトル

$\delta$  1.36 (s, 18H), 7.46 (d,  $J = 8.4$  Hz, 4H), 7.54 (d,  $J = 8.4$  Hz, 4H).

4)

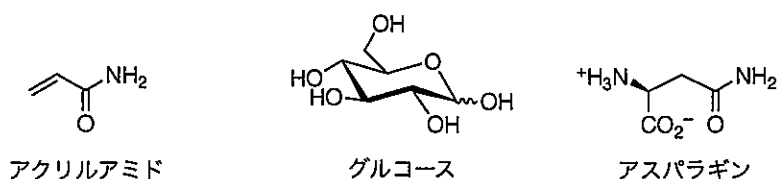


主生成物の  $^1\text{H NMR}$  (400 MHz,  $\text{CDCl}_3$ ) スペクトル

$\delta$  2.86 (t,  $J = 7.5$  Hz, 2H), 3.89 (t,  $J = 7.5$  Hz, 2H), 3.71 (s, 3H), 3.95 (s, 3H), 6.81 (s, 1H), 6.82 (s, 1H), 7.46–7.55 (m, 3H), 7.68 (d,  $J = 7.0$  Hz, 2H).



[2] ポテトチップスやフライドポテトからアクリルアミドが検出されている。しかし、アクリルアミドは、もとの食品であるジャガイモには含まれない。その後の調査で、ジャガイモに含まれているグルコースなどの炭水化物とアスパラギンを高温（120℃以上）で加熱するとアクリルアミドが検出されることが明らかとなった。下記の間にご答え下さい。



1) グルコースとアスパラギンを高温（120℃以上）で加熱するとアクリルアミドが生成する。この反応の中間体として、グルコースとアスパラギンが窒素原子を介して縮合した *N*-グリコシド（分子式  $C_{10}H_{18}N_2O_8$ ）が提案されている。この *N*-グリコシドが生成する機構と *N*-グリコシドの構造を書きなさい。

2) 1) で書いた *N*-グリコシドからアクリルアミドが生成する機構を推定しなさい。

3) 上記1) と2) で生成するアクリルアミドは、アスパラギンに由来することを証明したい。どのような実験をすればよいか答えなさい。

4) ジャガイモは、油で揚げるだけでなく蒸したり茹でたりしても調理される。この時にアクリルアミドが生成するかどうか理由とともに答えなさい。

# 化5

乳癌細胞に対して抗増殖性を示す化合物(Z)-4 に関する以下の問に答えなさい。反応機構を解答する際には、電子の流れを示す矢印を用いること。

[1] 化合物(Z)-4 の合成法を図1に示した。

- 1) 化合物2の構造および化合物2が生成する反応の機構を書きなさい。
- 2) 化合物3の構造および化合物3が生成する反応の機構を書きなさい。ただし、化合物2と  $n\text{-C}_4\text{H}_9\text{Li}$  との反応の機構は記載しなくてよい。
- 3) 化合物3から化合物(Z)-4が生成する反応の機構を書きなさい。

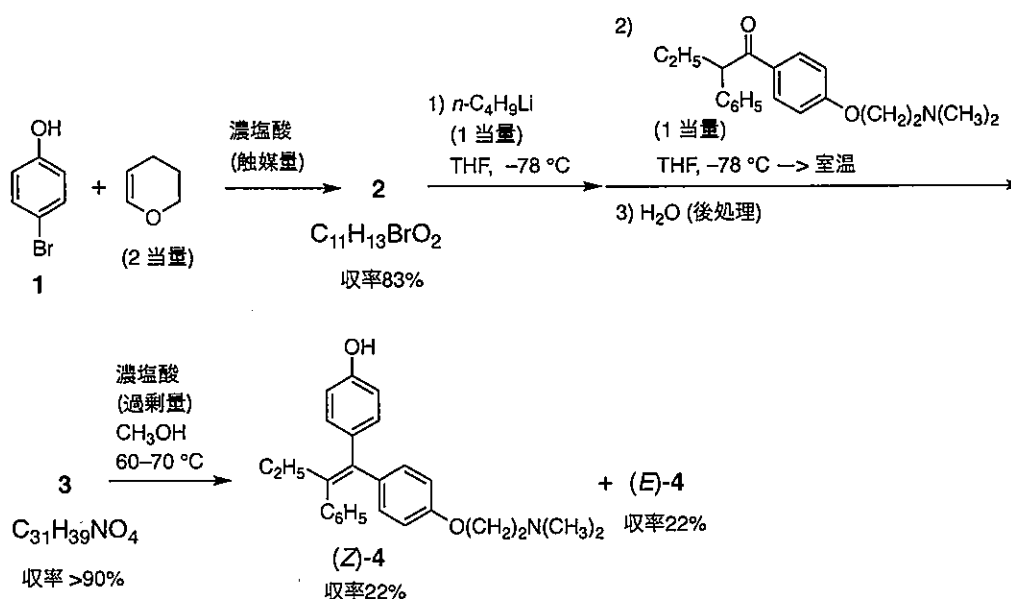


図1. 化合物(Z)-4の化学合成

[2] (Z)-4 をモノリボヌクレオチドに装着させた化合物7が合成された。その合成経路を次ページの図2に示した。ここでは(Z)-4を簡略化してROHと記載してある。細胞内に導入された7は、RNase 1という酵素によって(Z)-4と化合物8に変換された。

- 1) 化合物5から化合物6が生成する反応の機構を書きなさい。DMTr基の構造は、図2の囲みを参照すること。
- 2) 目的化合物7は、化合物6から2段階で合成される。それぞれの反応の機構を書きなさい。TBS基の構造は、図2の囲みを参照すること。
- 3) 化合物(Z)-4のかわりに化合物7を用いる利点を80字程度で述べなさい。

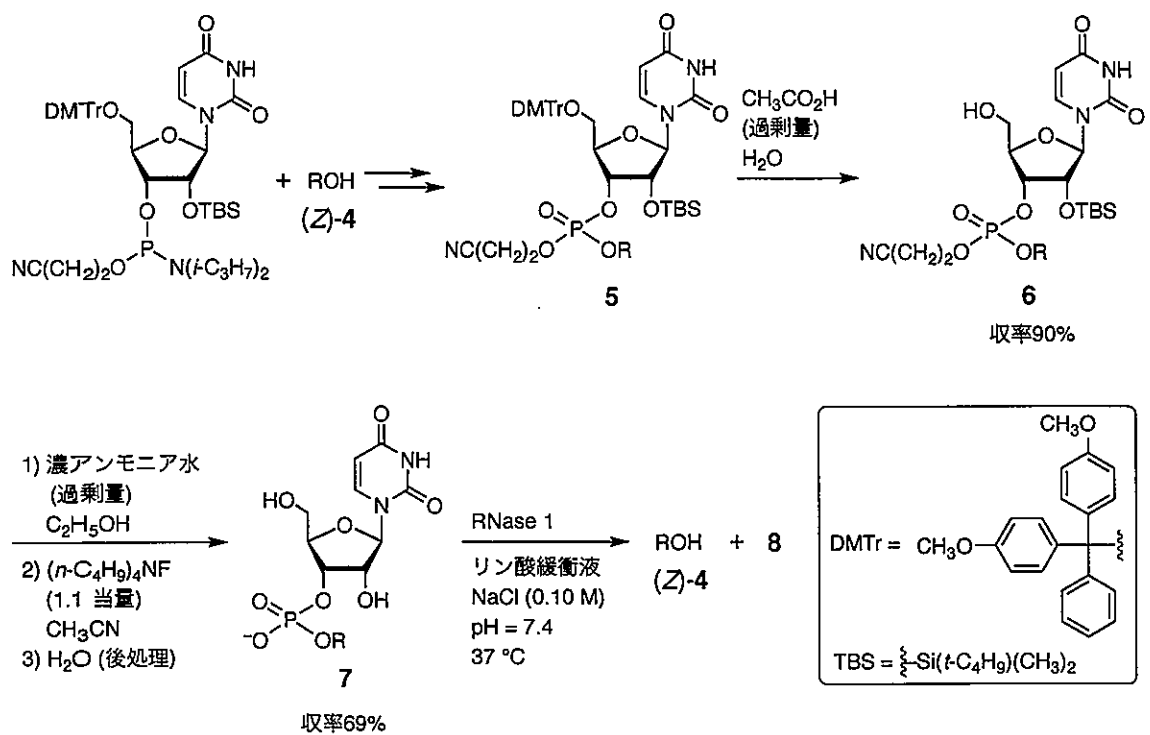


図 2. 化合物 **7** の化学合成および RNase 1 による化合物 **7** から化合物 **(Z)-4** と化合物 **8** への変換

# 生 1

次の文を読み各問に答えよ。

真核細胞のRNAポリメラーゼは、通常、プロモーターに結合すると下流側の近傍にある単一の遺伝子を転写する。その結果できる mRNA 前駆体は、<sup>(a)</sup> イントロンが取り除かれてエクソンが連結するなどの <sup>(b)</sup> 化学構造の変化を経て成熟し、その後、 (ア) を通過して (イ) から (ウ) へと移行し、リボソーム上で翻訳される。一方で、原核細胞では多くの場合、ゲノム上で隣り合う複数の遺伝子がまとまって転写される。このような遺伝子のまとまりを (エ) と呼ぶ。 <sup>(c)</sup> (エ) が転写されてできる 1 分子の mRNA は複数の (オ) を持つが、 <sup>(d)</sup> それらの (オ) はそれぞれ翻訳され、互いに異なるタンパク質を生じる。 (エ) を構成する遺伝子群は同一のプロモーターの制御下にあるので、共通の転写制御を受ける。例えば、(カ) の一種のトリプトファンを作るための酵素群をコードする (エ) の転写は、細胞内の (キ) の濃度に応じ、転写調節因子のトリプトファン (ク) によって制御される。トリプトファン濃度が高いと、トリプトファン (ク) は (キ) と結合し、高次構造を変化させ、ゲノム配列上の (ケ) に結合する。この結合では、トリプトファン (ク) の DNA 結合領域が、二重ラセン DNA の (コ) に入り込み、(ケ) を構成する (サ) との間で (シ) 結合や (ス) 結合を形成する。こうして (セ) とプロモーターの間の結合が邪魔され、転写は抑えられる。一方で、トリプトファンが少ないときには、トリプトファン (ク) は不活性なので (セ) は転写を行うことができる。トリプトファン (ク) が持つ DNA 結合領域は、その立体構造からヘリックス-ターン-ヘリックスと呼ばれる。

[1] (ア) ~ (セ) に次の語群から適切な語を選んで入れよ。

[疎水, 核膜孔, コード領域, アミノ酸, 水素, DNA ポリメラーゼ, RNA ポリメラーゼ, RNA ヘリカーゼ, オペロン, トリプトファン, 細胞質, アクチベーター, イオンチャネル, リプレッサー, 核, ヒストン, 共有, グルコース, 小胞体, 主溝, 副溝, 糖, オペレーター, 脂肪酸, 塩基対]

[2] 下線 (A) の過程の名称を挙げ、その仕組みを次の語群の語を用いて 200 ~ 300 字程度で説明せよ。

[スプライソソーム, エクソン, イントロン, 分岐点, 投げ縄構造, 核内低分子リボ核タンパク質 (snRNP), コンセンサス配列]

[3] 下線 (B) について、下線 (A) の過程以外の 2 種類の名称を挙げ、それぞれ 30 ~ 40 字程度で説明せよ。

[4] 次の語群が示すものの配置がわかるように下線 (C) を図示せよ。また、下線 (D) の仕組みを同じ語群の語を用い 150～200 字程度で説明せよ。

[開始コドン, 終止コドン, シャイン・ダルガーノ (SD) 配列]

[5] トリプトファン (ク) 以外で DNA 結合領域を持つ転写調節因子を 1 つ挙げ、どのような過程の制御を行うかを 20～40 字程度で説明せよ。

[6] 上の文で説明されたトリプトファン合成系遺伝子群の制御の生理的な意義を 100～150 字程度で説明せよ。

## 生2

以下の (a) ~ (d) の実験方法から2つを選び、それぞれについて各問に答えよ。必要に応じて図を用いてもよい。

- (a) ウェスタン・ブロット法
- (b) 酵母2ハイブリッド法
- (c) 逆転写PCR (Polymerase Chain Reaction) 法
- (d) 蛍光共鳴エネルギー移動法 (Fluorescence Resonance Energy Transfer [FRET]法)

[1] 実験の目的を20字から40字程度で説明せよ。

[2] 実験の原理を200字から300字程度で説明せよ。

[3] 実験の手順を300字から400字程度で説明せよ。

# 生 3

[1] 蛋白質のリン酸化に関する次の文章を読み、問に答えよ。

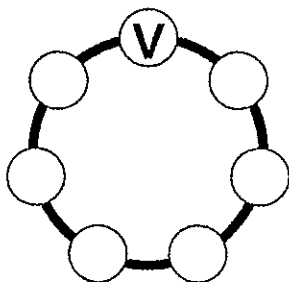
蛋白質はリボソームで合成された後も化学的な修飾をうけることがある。これを (ア) 後修飾とよぶ。その中の1つであるリン酸化では、蛋白質分子にリン酸基が付加される。この付加は (イ) とよばれる酵素によって触媒される。(イ) は通常 (ウ) にあるリン酸基をアミノ酸残基に付加することから (エ) 酵素に分類される。リン酸化される主なアミノ酸としては側鎖にヒドロキシ基をもつ (オ), (カ), (キ) が挙げられる。リン酸基を付加された蛋白質分子ではその電気的な性質が変化する。これはリン酸基が (ク) の電荷をもつためである。リン酸化された蛋白質の性質を調べるさいに、リン酸化されたアミノ酸と電気的に近い性質をもつ (ケ), (コ) といったアミノ酸に置換した変異蛋白質が用いられることもある。リン酸化された蛋白質は、リン酸基を解離させることで元に戻ることもある。このリン酸基を解離させる反応は (サ) とよばれる酵素によって触媒される。酵素 (サ) は水分子を利用してこの反応を触媒することから (シ) 酵素に分類される。

文章中の (ア) から (シ) に適切な語を入れよ。アミノ酸を入れる場合は下記の語群から選べ。

語群：チロシン, アスパラギン酸, セリン, バリン, グリシン, グルコン酸, ロイシン, グルタミン酸, アラニン, スレオニン, イソロイシン, オレイン酸

[2] ある蛋白質から  $\alpha$ ヘリックスを形成する部分を取り出し、そのアミノ酸配列を調べたところ V-N-D-L-A-R-E であった。この  $\alpha$ ヘリックスに関する次の問に答えよ。

1) この  $\alpha$ ヘリックスの構造を下の図で模式的に表した。らせんの中心軸は紙面を垂直に貫き、 $\alpha$ ヘリックスの N 末端側から見た図とする。太線の丸は  $\alpha$ ヘリックスを、細い線の丸はアミノ酸を表す。配列上隣接するアミノ酸を線でつなぎ模式図を完成させよ。ただし、この  $\alpha$ ヘリックスはおおよそ 3.6 残基でらせん上を 1 回転するものとする。



2) この  $\alpha$ ヘリックスは水溶性蛋白質のものか、膜蛋白質のものか。可能性の高い方を選び、その理由を 150 ~ 200 字程度で述べよ。

# 地 1

偏光顕微鏡は、鉱物の薄片に偏光を当てて、その通り方の特徴から鉱物を鑑定する光学的鑑定に用いられる。偏光顕微鏡に偏光板は2種類装備されており、このうち薄片を置くステージの上方にあるものを上方ニコル（上方ポーラ）といい、これは観察方法によって入れたり（用いたり）出したり（用いなかったり）できる。上方ニコルを出した状態で観察する方法を単ニコル（開放ポーラ）、入れた状態で観察する方法を直交ニコル（直交ポーラ）という。以下に偏光顕微鏡を用いた鉱物の代表的な観察項目がある。それぞれの項目について、まずその観察を単ニコルで行うか直交ニコルで行うか示し、次に観察内容の概略をそれぞれ200字以内で説明せよ。

観察項目： 消光位 多色性 ベック線 干渉色



## 地 2

リモートセンシングを行う衛星の代表例として、アメリカの「ランドサット」と日本の「ひまわり」がある。どちらの衛星も地球を周回する軌道から、地表または大気を観測する手法は同じだが、軌道の大きさ（軌道高度）や軌道面の地軸に対する向きは異なっている。そこで、衛星の軌道の特徴およびそのような特徴を持つ理由について、「ランドサット」と「ひまわり」それぞれを500字以内で説明せよ。

# 情 1

以下の間に答えよ。

[1] 次の C 言語プログラムの標準出力結果を示せ。

```
#include <stdio.h>
int main(void){
    int x1 = 5321, x2 = 0xf0f0, x3 = 037;
    printf( " %x %d %d %x %n", x1, x1-x2, x2+x3, x1>>2 );
    return 0;
}
```

[2] 半角英数文字と半角空白からなる文字列に含まれる半角空白の個数を数えて標準出力に表示するプログラムを C 言語で作成した。下線部を適切に埋めよ。

```
#include <stdio.h>
int main(void){
    char s[ ]="This is a pen";
    int (1) ;
    char *p;
    p = s;
    while( *p (2) ){
        if( *p (3) ){
            n++;
        }
        (4) ;
    }
    printf( (5) , n );
    return 0;
}
```

出力結果を以下に示す。

3

[3] ベクトルの内積を計算して標準出力に表示するプログラムを再帰的プログラミングによって C 言語で作成した。下線部を適切に埋めよ。

```
#include <stdio.h>
double f(       (1)       ){
    if( n > 1 ){
        return (       (2)       + f(a,b,n-1) );
    }else{
        return (       (3)       );
    }
}

int main(void){
    int n = 5;
    double a[ ] = {5.0,4.0,3.0,2.0,1.0}, b[ ] = {1.0,10.0,100.0,1000.0,10000.0};
    printf( "%lf\n", f(a,b,n) );
    return 0;
}
```

## 情 2

集団内に存在する数種類の戦略  $x \in V$  の時刻  $t$  における割合  $p(x, t)$  ( $0 \leq p(x, t) \leq 1$ ) の時間発展を次のように定める。まず、時刻  $t$  において戦略  $x$  が得る総得点  $s(x, t)$  を、時刻  $t$  における自身を含む戦略同士の遭遇頻度 (各割合の積)、および表 1 または表 2 で示される利得表を用いて、次式で計算する。

$$s(x, t) = \sum_{y \in V} g(x, y) \cdot p(x, t) \cdot p(y, t) \quad (\text{式 1})$$

ここで、 $g(x, y)$  は、利得表中の戦略  $x$  と  $y$  が遭遇した際に  $x$  が得る得点を示している。例えば、表 1 の場合、戦略 A と B が遭遇すると、戦略 A は 3 点、B は 6 点を得る。

次に、時刻  $t + 1$  での戦略  $x$  の割合  $p(x, t + 1)$  を次式で計算する。

$$p(x, t + 1) = \frac{s(x, t)}{\sum_{y \in V} s(y, t)} \quad (\text{式 2})$$

以下の問に答えよ。

- [1]  $V = \{A, B\}$  とし、利得が表 1 の場合を考える。戦略 A と B が遭遇して得られる利得の関係は「チキンゲーム」、もしくは、「臆病者ゲーム」と呼ばれることがある。その理由を、利得の大小関係に注目して戦略 A と B の組み合わせの具体的状況の例を示しながら説明せよ。
- [2] 戦略 A と B が共に存在する状況を初期状態として十分な時刻まで時間発展を続けると、両戦略が一定の割合で共存する定常状態に至った。その割合を計算手順とともに示せ。
- [3]  $V = \{A, B, C\}$  とし、利得が表 2 の場合を考える。初期状態で戦略 A, B, C が等しい割合で存在するとき、各割合の時間発展はどうか、理由とともに説明せよ。
- [4] [3] の状況において、各時刻での式 2 による次の時刻での割合の計算後に、外的要因によって戦略 A の 1 割が戦略 C に切り替わる過程が加わるとする。例えば、戦略 A が 0.5、戦略 C が 0.3 の時、外的要因によって前者は 0.45 に、後者は 0.35 になるものとする。この時、図 1 に示す時間発展が観察された。図中の各線 (I, II, III) がどの戦略の割合を表すと推測できるか、また、割合の推移が図 1 のようになる理由を戦略間の関係に注目して説明せよ。

表 1

	A	B
A	(4, 4)	(3, 6)
B	(6, 3)	(0, 0)

$(x, y) = (\text{行側の得点}, \text{列側の得点})$

表 2

	A	B	C
A	(1, 1)	(3, 0)	(0, 0)
B	(0, 0)	(1, 1)	(3, 0)
C	(3, 0)	(0, 0)	(1, 1)

$(x, y) = (\text{行側の得点}, \text{列側の得点})$

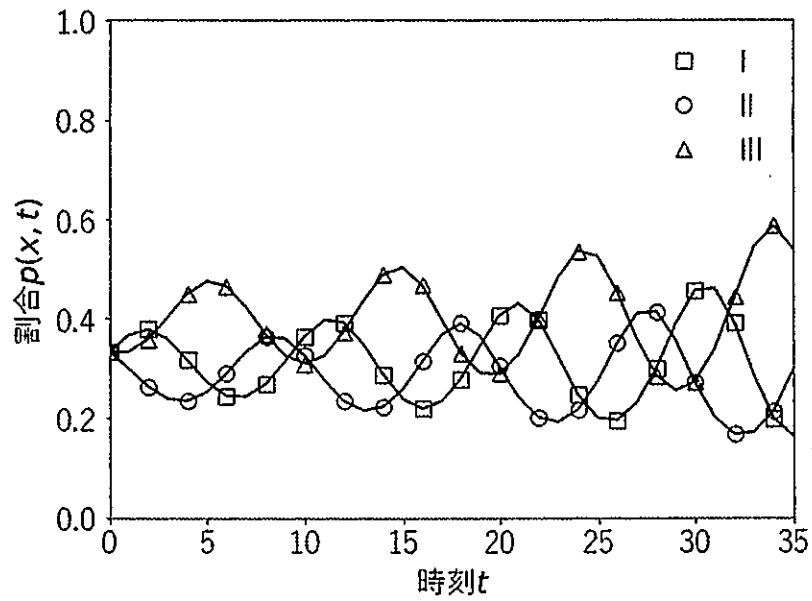


図 1

### 情 3

以下の問に答えよ。

[1] Napier 数 (自然対数の底, 2.718281828...)  $e$  の  $x$  乗  $\exp(x)$  を考える。

- 1)  $\exp(x)$  をマクローリン展開せよ。
- 2) C 言語で, `double` 型の値を仮引数  $x$  として受け取り, マクローリン展開に基づき計算した  $\exp(x)$  の値を返す関数 `exp_mac` を, 次のように作成する。空欄 (1), (2) を適切に埋めよ。ただし, 展開の項数は 100 とする。

```
double exp_mac(double x) {  
    double exponent = 0.0, term = (1);  
    int n;  
    for (n = 1; n < 101; n++) {  
        exponent += term;  
        term = (2);  
    }  
    return exponent;  
}
```

- 3)  $x$  が大きくなるに従い, 2) で作成した関数を用いて  $\exp(x)$  を計算する場合と,  $\exp(-x)$  を計算する場合のどちらが数値的に不安定になりやすいかを, その説明も付けて述べよ。また, その数値的不安定性を回避するための方法を記述せよ。

[2] 10 進数  $k$  桁の正の整数を, 各桁の値を比較し, 小さい順に並べ替える基数ソート (radix sort) を考える。ここで, 桁数が  $k$  より小さい整数については上位桁に 0 を補って表すものとする。例えば, 桁数  $k$  が 3 の場合, 整数 23, 3 ならば, それぞれ 023, 003 として表す。

- 1) 基数ソートが成立するために必要な各桁のソート結果が満たすべき条件を述べよ。
- 2) 1) の条件を満たす結果を与える各桁のソート法を用いて  $k$  桁の整数  $n$  個を基数ソートするアルゴリズムを示せ。
- 3) 右の枠内の 3 桁の整数 5 個を基数ソートする過程を示せ。
- 4)  $k$  桁の数値  $n$  個の基数ソートを, 効率的に行う場合の計算量のオーダーを, その説明も付けて見積れ。

223

755

058

226

735

# 工 1

図1のように、断面が幅  $b$  と高さ  $h$  の長方形である長さ  $l$  の片持ちはりに荷重  $P$  と  $W$  が同時に作用している。ただし、 $W$  の作用点は座標  $(0, e_y, e_z)$  にある。以下の間に答えよ。

[1]  $W$  が、 $e_y = e_z = 0$  の原点  $O$  に作用している場合を考える。

- 1)  $z$  軸周りの断面二次モーメント  $I_z$  を求めよ。
- 2) 断面  $mn$  に作用するせん断応力  $\tau_{xy}$  の平均値を求めよ。
- 3) 断面  $mn$  に作用する垂直応力  $\sigma_x$  が  $mn$  全面で負となるための条件を  $P$  と  $W$  の不等式で示せ。

[2] 図1において  $P = 0$  で、荷重  $W$  が偏心して作用している場合を考える。

- 1)  $y$  軸周りの断面二次モーメント  $I_y$  を求めよ。
- 2) 断面  $mn$  に作用する垂直応力  $\sigma_x$  が  $mn$  全面で負となるための条件式を求め、 $e_y$  と  $e_z$  の範囲を図で示せ。

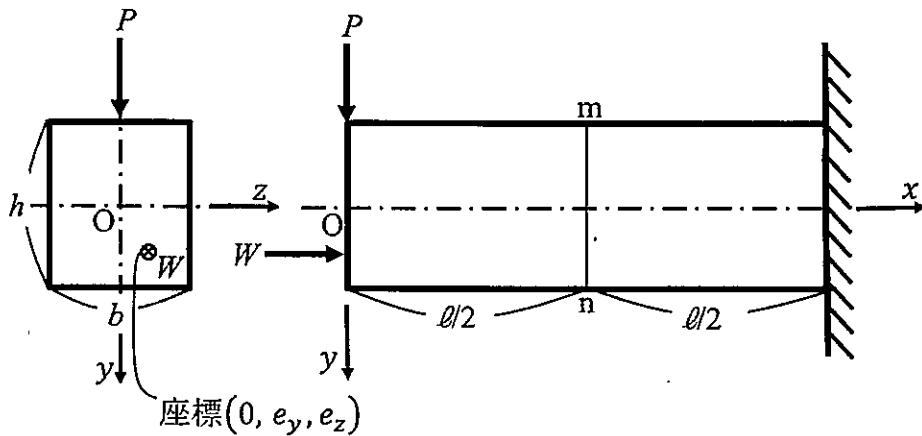


図 1

## 工 2

- [1] 三次元非粘性・非圧縮・定常流に対するオイラーの運動方程式を記述せよ。ただし、デカルト座標系を  $(x, y, z)$ 、流速を  $(u, v, w)$ 、単位質量あたりに作用する保存力を  $(X, Y, Z)$ 、密度を  $\rho$ 、圧力を  $p$  とする。
- [2] オイラーの運動方程式からベルヌイの式を導け。ただし、必要に応じて変数を定義して用いよ。
- [3] ベルヌイの式を利用した2種類の流速測定法について述べよ。ただし、数式や図を用いてもよい。



## 工 3

時間関数  $f(t)$  をラプラス変換した関数を  $F(s)$  のように書くことにする。

[1] 伝達関数が  $G(s) = \frac{4s}{s^2+1}$  で与えられる系について、以下の問に答えよ。

- 1) 入力を  $u(t) = 1$  とするとき、出力  $y(t)$  を求めよ。
- 2) 入力を  $u(t) = \sin t$  とするとき、出力  $y(t)$  を求めよ。
- 3) この系は有界入力有界出力 (BIBO: Bounded Input Bounded Output) 安定であるかをその理由とともに答えよ。

[2] 図1に示す制御系について、以下の問に答えよ。ただし、図中の  $a$  と  $b$  は、正の実数である。

- 1) 入力  $U(s)$  から出力  $Y(s)$  までの伝達関数  $G(s)$  を求めよ。
- 2) この系に等価な直結フィードバック制御系の一巡伝達関数  $L(s)$  を求めよ。
- 3) この系を2型の系、かつ単位加速度入力  $u(t) = t^2/2$  のときの定常偏差をゼロとするための  $a$  と  $b$  の値を求めよ。

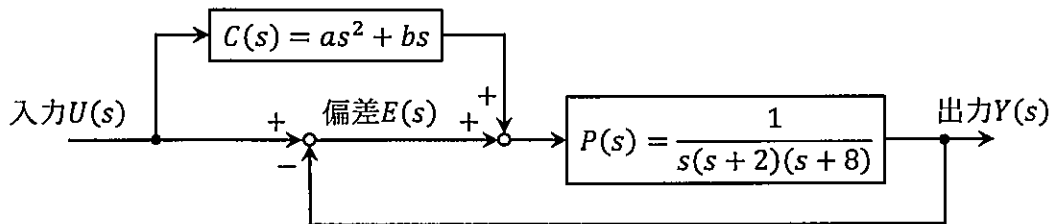


図 1

[3] 以下の制御法について、伝達関数を示すとともに、制御の特徴を安定性・速応性・定常特性の観点から記述せよ。ただし、比例ゲインを  $K_p$ 、積分時間を  $T_I$ 、微分時間を  $T_D$  とする。

- 1) PI 制御
- 2) PD 制御